



Unione Europea

COMPETENZE PER LO SVILUPPO (FSE)

FONDI
STRUTTURALI
EUROPEI

pon
2007-2013



MIUR



PIANO DI INFORMAZIONE E FORMAZIONE SULL'INDAGINE OCSE-PISA E
ALTRE RICERCHE NAZIONALI E INTERNAZIONALI

Seminario provinciale rivolto ai docenti della scuola secondaria di primo e secondo grado

GRUPPI di LAVORO

Quaderno di Lavoro di Matematica

Regione di Appartenenza	<input type="checkbox"/> Calabria <input type="checkbox"/> Campania <input type="checkbox"/> Puglia <input type="checkbox"/> Sicilia
Comune di appartenenza (Provincia)	<hr/>
Docente nella scuola	<input type="checkbox"/> secondaria di I grado <input type="checkbox"/> secondaria di II grado
Disciplina insegnata	<hr/>

Estratto dal QdR INVALSI

La competenza matematica e i contenuti

L'apprendimento della matematica è una componente fondamentale nell'educazione e la crescita della persona, secondo un punto di vista che ha origini lontane e che è oggi universalmente condiviso. Nel contempo, nella società attuale la matematica è nel cuore del trattamento quantitativo dell'informazione nella scienza, nella tecnologia e nelle attività economiche e nel lavoro, e quindi la competenza matematica è un fattore fondamentale nella consapevolezza del futuro cittadino e nella sua riuscita nel mondo professionale. Interessa perciò sondare se le conoscenze che la scuola, ai diversi livelli, stimola e trasmette, sono ben ancorate ad un insieme di concetti fondamentali di base e di conoscenze stabili, almeno sui livelli essenziali. Si vuole in primo luogo valutare la conoscenza della disciplina matematica e dei suoi strumenti, intendendo tale disciplina come conoscenza concettuale, frutto cioè di interiorizzazione dell'esperienza e di riflessione critica, non di addestramento "meccanico" o di apprendimento mnemonico. Una conoscenza concettuale quindi, che affondi le sue radici in contesti critici di razionalizzazione della realtà, senza richiedere eccessi di astrazione e di formalismo. La formalizzazione matematica dovrebbe infatti essere acquisita a partire dalla sua necessità ed efficacia nell'esprimere ed usare il pensiero matematico. Gli aspetti algoritmici applicativi ed esecutivi, che pure costituiscono una componente irrinunciabile della disciplina matematica, non dovrebbero essere considerati fine a se stessi.

Visti gli obiettivi generali che sono attribuiti all'insegnamento della matematica dalle disposizioni di legge, ma più in generale dalla nostra società, nel solco di una visione della matematica profondamente radicata nella cultura, le *prove INVALSI* non devono limitarsi a valutare l'apprendimento della *matematica utile*, ma devono cercare di far riferimento alla matematica come *strumento di pensiero* e alla matematica come *disciplina con un proprio specifico statuto epistemologico*. Le *prove INVALSI* di matematica per il primo e per il secondo ciclo scolastico sono volte a valutare le conoscenze e le abilità matematiche acquisite dagli studenti in entrata e in uscita del ciclo d'istruzione (classe II della scuola primaria; classe V della scuola primaria; classe I della scuola secondaria di primo grado; classe III della scuola secondaria di I° grado). Tali prove consistono di quesiti costruiti in relazioni a due dimensioni:

- *i contenuti matematici*: divisi per grandi blocchi o nuclei: Numeri, Spazio e figure, Relazioni e funzioni, Dati e previsioni;
- *i processi coinvolti nel lavoro matematico e nella risoluzione di problemi*.

I processi

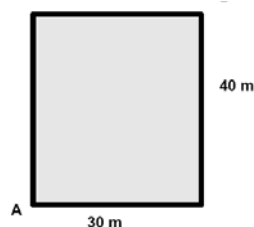
Per i compiti di valutazione, anche secondo direzioni coerenti con *framework* internazionali come ad esempio la rilevazione TIMSS 2007 ma sempre tenendo presente la nostra tradizione culturale, distinguiamo alcuni processi che possono essere valutati attraverso le *prove INVALSI* e di cui si deve tener conto nella costruzione delle prove:

1. conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*);
2. conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*);
3. conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, ...*);
4. sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...*);

5. sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (*saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...*);
6. acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...*);
7. utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...*).
8. saper riconoscere le forme nello spazio (*riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...*).

Di seguito un esempio di quesito e relativa etichettatura

D14 Nel disegno vedi un campo da calcetto di forma rettangolare.



Roberto e Elena si sfidano a una gara di corsa: partendo dall'angolo indicato nella figura con A devono arrivare all'angolo B. Roberto corre lungo il bordo del campo, mentre Elena corre lungo la diagonale del campo.

- a. Quanti metri in più deve percorrere Roberto?
- A. 50
- B. 70
- C. 20
- D. 30

Mostra i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta _____

Classe	3 SECONDARIA DI PRIMO GRADO
Ambito	Spazio Figure
Tipologia	MC + richiesta procedimento
Risposta corretta	C Il procedimento deve indicare il calcolo dell'ipotenusa e il calcolo della differenza fra l'ipotenusa e la somma dei cateti
Osservazioni¹	...
Difficoltà	**
Oggetto di valutazione	Teorema di Pitagora.
Processo	Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>) Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)
Compito	Utilizzare il teorema di Pitagora per risolvere problemi

¹Il campo Osservazioni non è obbligatorio e vanno eventualmente inserite note riguardanti i distrattori: sulla base della logica di costruzione e sulla base di una eventuale esperienza di classe

SNV

Prove di Matematica

Vengono presentati tre quesiti per ogni ambito di contenuto estratti dalle prove dell'anno scolastico 2010-2011. Di ognuno è riportata la versione presentata dagli autori, quella andata in pretest e la versione definitiva allo scopo di esemplificare l'evoluzione di una domanda e i cambiamenti che vengono apportati anche sulla base dei risultati ottenuti nella fase di pretest.

Vengono poi presentate due proposte di lavoro per i gruppi.

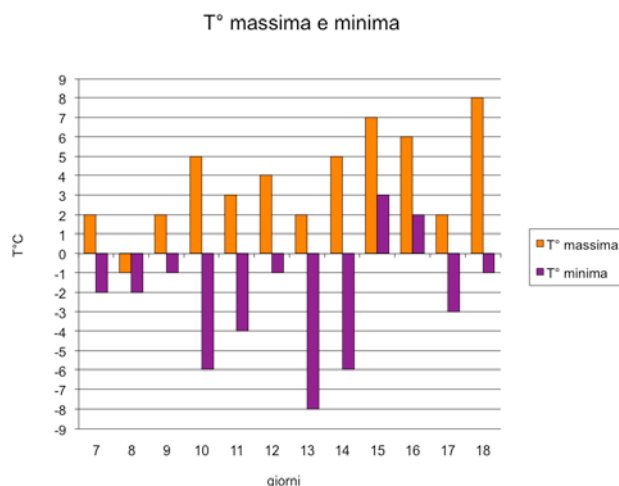
DATI E PREVISIONI

AMBITO DATI E PREVISIONI

CLASSE I Secondaria di 1° grado

LA PROPOSTA DEGLI AUTORI

Il grafico riporta le rilevazioni di temperatura effettuate, nel mese di gennaio 2009 dal giorno 7 al giorno 18, dagli studenti di una scuola media.

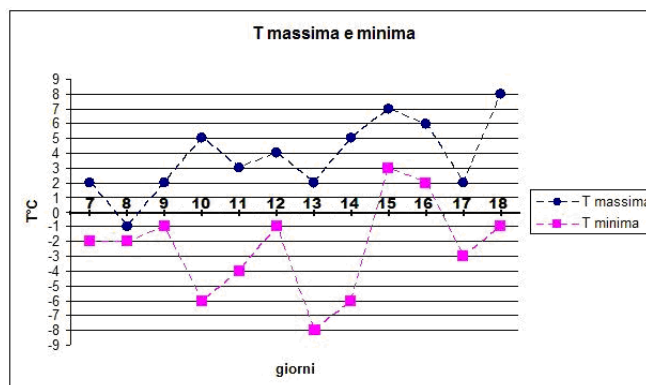


- Qual è il massimo assoluto di temperatura registrata? _____
- Qual è il minimo assoluto? _____
- Qual è la temperatura media al 15° giorno? _____
- Vi sono giorni in cui la temperatura non scende sotto lo zero? Se sì, quali?

Classe	I SECONDARIA DI PRIMO GRADO
Ambito	Misura, Dati e Previsioni
Tipologia	4 domande a risposta aperta univoca
Risposta corretta	8 °C; -8 °C; 5 °C; Sì, 15° e 16° giorno
Osservazioni	I dati della tabella sono quelli raccolti dagli alunni nella stazione meterologica della nostra scuola.
Difficoltà	*
Oggetto di valutazione	Rappresentazioni di fatti e fenomeni attraverso tabelle e grafici. Lettura del grafico. Media aritmetica .
Processo cognitivo	Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e saper Utilizzare la matematica apprese per il trattamento quantitativo delle
Compito	Ricavare dati e informazioni da un grafico.

VERSIONE PRETEST

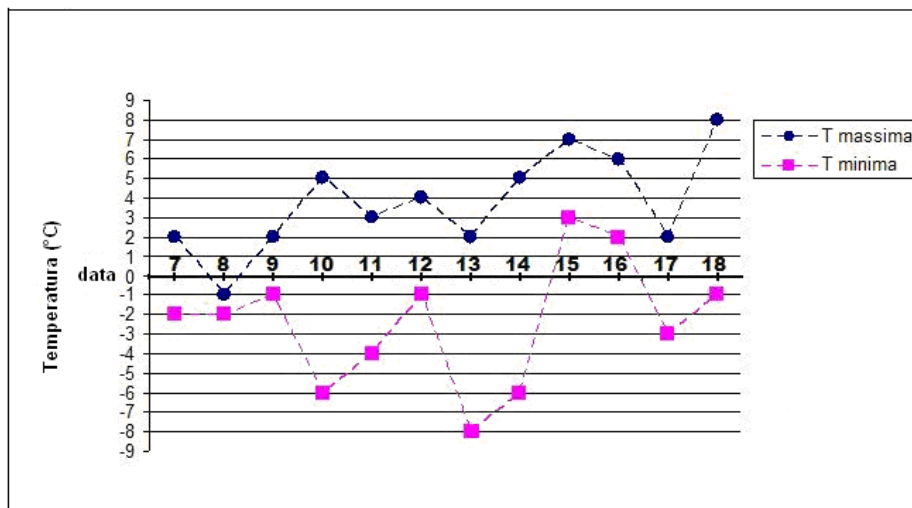
A18. Il grafico riporta le rilevazioni della temperatura massima e della temperatura minima effettuate tutti i giorni dal 7 al 18 gennaio 2009 dagli studenti di una scuola media.



- Qual è la temperatura massima più alta che è stata registrata? Risposta.....
- In che giorno si è registrata la temperatura minima più bassa? Risposta.....
- Quali sono i giorni in cui la temperatura non è scesa sotto lo zero? Risposta.....

VERSIONE DEFINITIVA

D13. Il grafico rappresenta le temperature massime e minime rilevate tutti i giorni, dal 7 al 18 gennaio 2009, dagli studenti di una scuola.



- Qual è la temperatura massima più alta che è stata registrata? Risposta:
- In che giorno si è registrata la temperatura minima più bassa? Risposta:
- Quali sono i giorni in cui la temperatura non è scesa sotto lo zero? Risposta:

DAL RAPPORTO NAZIONALE - Distribuzione percentuale

Item	Mancata risposta	Errata	Corretta
D13a	2,2	29,3	68,5
D13b	2,7	29,9	67,4
D13c	6	50,1	43,9

AMBITO DATI E PREVISIONI

CLASSE III Secondaria di 1° grado (PN)

Il quesito è stato formulato dal gruppo che preparava i fascicoli da pretestare

VERSIONE PRETEST

Sara chiede agli studenti della sezione musicale della sua scuola qual è la loro materia preferita. Nella tabella ha riportato i risultati della sua inchiesta:

Materia	Numero di preferenze
Musica	26
Matematica	18
Italiano	13
Inglese	8

Sara conclude che la musica è la materia preferita dagli studenti della sua scuola.

Quale tra le seguenti motivazioni spiega meglio perché la sua conclusione potrebbe non essere valida?

- A. Gli studenti intervistati non sono rappresentativi di tutti gli studenti della sua scuola.
- B. Sara avrebbe dovuto intervistare solo gli studenti di terza media.
- C. Sara non ha distinto le preferenze dei maschi da quelle delle femmine.
- D. Gli studenti sono stati intervistati solo una volta.

VERSIONE DEFINITIVA

D16. Sara chiede agli studenti della sezione musicale della sua scuola qual è la loro materia preferita. Nella tabella ha riportato i risultati della sua inchiesta:

Materia	Numero di preferenze
Musica	26
Matematica	18
Italiano	13
Inglese	8

Sara conclude che la musica è la materia preferita dagli studenti della sua scuola.

Quale tra le seguenti motivazioni spiega meglio perché la sua conclusione potrebbe non essere valida?

- A. Sara non ha distinto le preferenze dei maschi da quelle delle femmine.
- B. Sara avrebbe dovuto intervistare solo gli studenti di terza media della scuola.
- C. Gli studenti intervistati non sono rappresentativi di tutti gli studenti della scuola.
- D. Gli studenti sono stati intervistati solo una volta.

DAL RAPPORTO NAZIONALE - Distribuzione percentuale

Item	Mancata risposta	A	B	C	D
D16	1	7,3	5	83,8	2,8

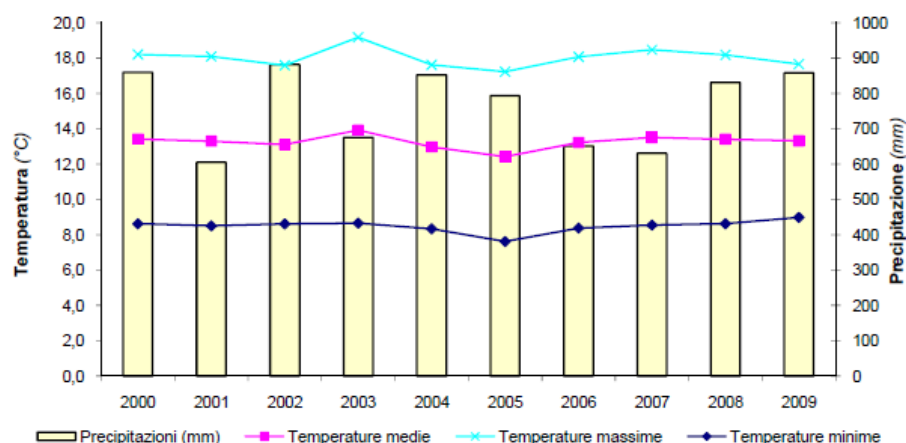
AMBITO DATI E PREVISIONI

CLASSE II Secondaria di 2° grado

LA PROPOSTA DEGLI AUTORI

ANDAMENTO TEMPERATURE NEL DECENNIO 2000-2009

Figura 1. Media annua della temperatura media, massima e minima giornaliera e precipitazioni totali annue in Italia. Anni 2000-2009 (temperatura in gradi Celsius e precipitazione in millimetri)



Indica quali delle seguenti informazioni si può desumere dal grafico “Figura 1 - Media delle temperature medie, massime e minime e delle precipitazioni annue in Italia - Anni 2000-2009 (temperatura in gradi centigradi e precipitazioni in millimetri) pag 2 [non riasco a fare seleziona e incolla!!) e quali no:

A. Nel decennio 2000-2009 la temperatura media annua è risultata più alta di 0,8 gradi rispetto al periodo climatico 1971-2000	SI'	NO
B. Nel decennio 2000-2009 la precipitazione media annua è risultata di 740 mm	SI'	NO
C. L'anno 2003 è quello in cui si registra il più alto valore per la temperatura massima	SI'	NO
D. L'anno 2003 è quello in cui si registra il più alto valore per la temperatura minima	SI'	NO
E. Gli anni "più caldi" sono anche gli anni con le precipitazioni minori	SI'	NO
F. L'anno 2005 è stato l'anno "più freddo"	SI'	NO
G. Il 2009 è stato l'anno più piovoso	SI'	NO

Classe	II secondaria di secondo grado
Ambito	MDP
Tipologia	MC
Risposta corretta	Vedi sotto
Osservazioni	
Difficoltà	**
Oggetto di valutazione	Ricavare semplici inferenze dai diagrammi statistici.
Processo cognitivo	Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale
Compito	Saper leggere grafici

VERSIONE PRETEST

ANDAMENTO TEMPERATURE NEL DECENNIO 2000-2009

Osserva il seguente grafico che rappresenta l'andamento delle temperature (scala a sinistra) e delle precipitazioni piovose (scala a destra) in Italia negli ultimi anni.

..... è riportato lo stesso grafico precedente

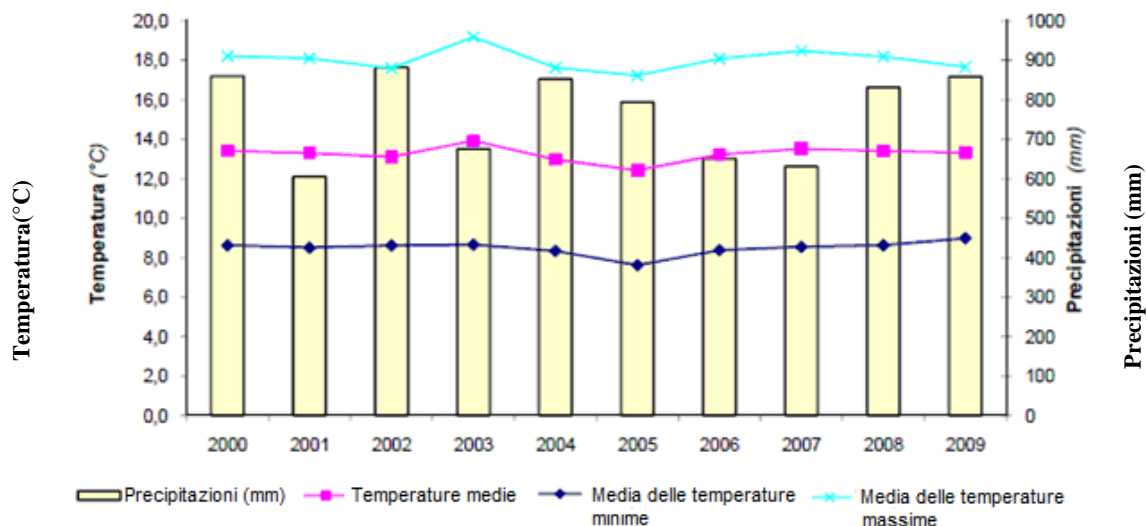
Indica per ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa o se non si può ricavare dal grafico (metti una crocetta per ciascuna riga).

	Vero	Falso	Non si può ricavare
A. Nel decennio 2000-2009 la temperatura media annua è risultata più alta di 0,8 gradi rispetto al periodo climatico 1971-2000			
B. L'anno 2003 è quello in cui si registra il più alto valore per la temperatura massima			
C. L'anno 2005 è quello in cui si registra il più alto valore per la temperatura minima			
D. L'anno in cui la temperatura media è stata più alta è anche quello in cui le precipitazioni sono state minori			
E. L'anno 2005 è quello in cui c'è stato il giorno più freddo			
F. Il 2004 è stato l'anno più piovoso			

VERSIONE DEFINITIVA

D12. Osserva il seguente grafico che rappresenta l'andamento delle temperature (scala a sinistra) e delle precipitazioni piovose (scala a destra) in Italia negli ultimi anni.

Figura 1. Media annua della temperatura media, massima e minima giornaliera e precipitazioni totali annue in Italia. Anni 2000-2009 (temperatura in gradi Celsius e precipitazioni in millimetri)



Indica per ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa o se non si può ricavare dal grafico (metti una crocetta per ciascuna riga).

		Vero	Falso	Non si può ricavare
a.	Nel decennio 2000-2009 la temperatura media annua è risultata più alta di 0,8 gradi rispetto al periodo 1971-2000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	L'anno 2003 è quello in cui si è registrato il più alto valore per la media delle temperature massime	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	L'anno 2005 è quello in cui si è registrato il più alto valore per la media delle temperature minime	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	L'anno in cui la media delle temperature massime è stata più alta è anche quello in cui le precipitazioni sono state minori	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e.	L'anno 2005 è quello in cui c'è stato il giorno più freddo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f.	Il 2004 è stato l'anno più piovoso	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

DAL RAPPORTO NAZIONALE - Distribuzione percentuale

Item	Mancata risposta	Vero	Falso	Non si ricava
D12_a	2,6	7,5	4,6	85,3
D12_b	1,8	81,5	15,8	0,9
D12_c	2,1	36,6	59,6	1,8
D12_d	3,1	12,2	76,1	8,6
D12_e	2,7	39,8	13,7	43,9
D12_f	2,4	7,7	82,4	7,5

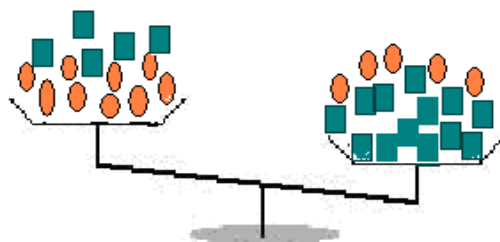
RELAZIONI E FUNZIONI

AMBITO RELAZIONI E FUNZIONI

CLASSE I Secondaria di 1° grado

LA PROPOSTA DEGLI AUTORI

Si ha una bilancia in equilibrio. Su un piatto vi sono 9 patate, uguali fra loro, e 5 saponette identiche. Sull'altro 13 saponette e 5 patate. Il peso di una patata a quante saponette equivale?



Risposta _____

Classe	I SECONDARIA DI PRIMO GRADO
Ambito	RELAZIONI E FUNZIONI
Tipologia	Domanda a risposta aperta univoca
Risposta corretta	2
Osservazioni	
Difficoltà	***
Oggetto di valutazione	Rappresentazione di funzioni attraverso parole, tabelle, grafici, espressioni algebriche
Processo cognitivo	conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)
Compito	Individuare relazioni fra grandezze

VERSIONE PRETEST

Nel disegno è rappresentata una bilancia in equilibrio. Su un piatto ci sono 6 saponette di forma ovale, tutte dello stesso peso, e 2 saponette di forma rettangolare, anch'esse di peso uguale fra loro. Sull'altro piatto ci sono 2 saponette di forma ovale e 10 saponette di forma rettangolare.



- Se su un piatto della bilancia si aggiunge una saponetta ovale e sull'altro una saponetta rettangolare, la bilancia rimane in equilibrio?
 - ☐ A. Sì
 - ☐ B. No
- Giustifica la tua risposta:

.....
- Inserisci il numero corretto al posto dei puntini.
 Il peso di una saponetta ovale corrisponde al peso di saponette rettangolari.

VERSIONE DEFINITIVA

D10 - Nel disegno è rappresentata una bilancia in equilibrio. Su un piatto ci sono 6 palline, tutte dello stesso peso, e 2 cubetti, anch'essi di peso uguale fra loro. Sull'altro piatto ci sono 2 palline e 10 cubetti.



a. Se su un piatto della bilancia si aggiunge una pallina e sull'altro un cubetto, la bilancia rimane in equilibrio?

- ☐ A. Sì
☐ B. No

b. Giustifica la tua risposta.

c. Completa la frase seguente inserendo il numero corretto al posto dei puntini.
Il peso di una pallina corrisponde al peso di cubetti.

DAL RAPPORTO NAZIONALE - Distribuzione percentuale

Item (%)	Mancata risposta	Errata	Corretta
D10b	7,1	56,7	36,2
D10c	8,9	52,7	38,4

AMBITO RELAZIONI E FUNZIONI

CLASSE III Secondaria di 1° grado (PN)

LA PROPOSTA DEGLI AUTORI

La formula $L = L_0 + K \cdot P$ esprime come varia la lunghezza L di una molla al variare del peso P applicato (L_0 rappresenta la lunghezza "a riposo" della molla; K è l'allungamento prodotto da ogni unità di peso applicata).

Quale delle formule elencate (che esprimono come varia la lunghezza, in centimetri, di molle in funzione del peso in ettogrammi applicato) si adatta meglio alla seguente descrizione: "Era una molla molto lunga e molto resistente alla trazione".

- A. $L = 15 + 0,5 \cdot P$
B. $L = 75 + 7 \cdot P$
C. $L = 70 + 0,01 \cdot P$
D. $L = 60 + 6 \cdot P$

Spiega le ragioni della tua scelta.....

Classe	III secondaria di primo grado
Ambito	Relazioni e Funzioni
Tipologia	MC + giustificazione
Risposta corretta	C
Osservazioni	
Difficoltà	***
Oggetto di valutazione	Rappresentazione di funzioni attraverso parole, tabelle, grafici, espressioni algebriche.
Processo cognitivo	Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare
Compito	Identificare un grafico o una formula che esprime relazioni fra grandezze in fatti e fenomeni

VERSIONE PRETEST

La formula $L = L_0 + K \cdot P$ esprime come varia la lunghezza L di una molla al variare del peso P applicato. L_0 rappresenta la lunghezza "a riposo" della molla; K è l'allungamento prodotto dalla trazione determinata da una unità di peso applicata/dal peso applicato.

Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione: "Era una molla molto lunga e molto resistente alla trazione".

- ☐ A. $L = 15 + 0,5 \cdot P$
- ☐ B. $L = 75 + 7 \cdot P$
- ☐ C. $L = 70 + 0,01 \cdot P$
- ☐ D. $L = 60 + 6 \cdot P$

VERSIONE DEFINITIVA

D17 - La formula $L = L_0 + K \times P$ esprime la lunghezza L di una molla al variare del peso P applicato. L_0 rappresenta la lunghezza in centimetri "a riposo" della molla; K indica di quanto si allunga in centimetri la molla quando le si applica una unità di peso.

Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione:

"È una molla molto corta e molto dura (cioè molto resistente alla trazione)"?

- ☐ A. $L = 10 + 0,5 \times P$
- ☐ B. $L = 10 + 7 \times P$
- ☐ C. $L = 80 + 0,5 \times P$
- ☐ D. $L = 80 + 7 \times P$

DAL RAPPORTO NAZIONALE - Distribuzione percentuale

Item	Mancata risposta	A	B	C	D
D17	2,2	58,3	25,4	7,9	4,3

AMBITO RELAZIONI E FUNZIONI

CLASSE II Secondaria di 2° grado

LA PROPOSTA DEGLI AUTORI

La prova precedente proposta per la III Secondaria di primo grado

VERSIONE PRETEST

La prova precedente pretestata in III Secondaria di primo grado

VERSIONE DEFINITIVA

D24. La formula $l = l_0 + k \cdot P$ esprime come varia la lunghezza l di una molla al variare del peso P applicato. l_0 rappresenta la lunghezza in centimetri "a riposo" della molla; k è l'allungamento in centimetri prodotto dall'applicazione di una unità di peso.

Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione:

"È una molla molto lunga e molto resistente alla trazione"?

- ☐ A. $l = 15 + 0,5 \cdot P$
- ☐ B. $l = 75 + 7 \cdot P$
- ☐ C. $l = 70 + 0,01 \cdot P$
- ☐ D. $l = 60 + 6 \cdot P$

DAL RAPPORTO NAZIONALE - Distribuzione percentuale

Item	Mancata risposta	A	B	C	D
D24	11,8	8,1	33,2	38,1	8,9

NUMERI

AMBITO NUMERI

CLASSE I Secondaria di 1° grado

LA PROPOSTA DEGLI AUTORI

Solo uno di questi numeri è dispari, maggiore di un miliardo e divisibile per tre. Quale?

- A. $1.000.000.000 \times 3$
- B. $1.000.000.000 + 3$
- C. $1.000.000.000.000 : 3$
- D. $2.000.000.000 - 3$

Classe	1 secondaria di primo grado
Ambito	N
Tipologia	MC
Risposta corretta	C
Osservazioni	
Difficoltà	***
Oggetto di valutazione	Moltiplicazione e divisione fra numeri naturali
Processo cognitivo	conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico)
Compito	Confrontare e ordinare numeri decimali

VERSIONE PRETEST

Solo una delle seguenti operazioni dà come risultato un numero dispari, maggiore di mille e divisibile per tre. Quale?

- A. 1000×3
- B. $1000 + 3$
- C. $3000 : 3$
- D. $3000 - 3$

VERSIONE DEFINITIVA

D18. Solo una delle seguenti operazioni dà come risultato un numero dispari, maggiore di mille e divisibile per tre. Quale?

- ☐ A. $1000 + 3$
- ☐ B. 1000×3
- ☐ C. $3000 : 3$
- ☐ D. $3000 - 3$

DAL RAPPORTO NAZIONALE - Distribuzione percentuale

Item	Mancata risposta	A	B	C	D
D18	0,7	6,4	63,9	17,9	11,1

LA PROPOSTA DEGLI AUTORI

L'insegnante chiede: "cosa succede se si addizionano tre numeri dispari consecutivi?"

Luisa risponde: "si ottiene sempre un numero dispari", Giovanni dice: "si ottiene sempre un multiplo di tre", Luigi pensa: "verrà sempre il triplo di uno dei tre numeri pensati" Chi ha ragione?

A Luisa B Giovanni C Luigi D tutti e tre

Classe	Classe terza scuola secondaria di primo grado
Ambito	NUMERI Numeri interi
Tipologia	Risposta multipla
Risposta corretta	D
Osservazioni	A B e C se gli allievi pensano che la risposta debba essere solo una
Difficoltà	***
Processo cognitivo	6 saper gestire congetture
Compito	individuare regolarità

VERSIONE PRETEST

L'insegnante chiede: "cosa succede se si addizionano tre numeri dispari consecutivi?". Luisa risponde: "si ottiene sempre un numero dispari", Giovanni dice: "si ottiene sempre un multiplo di tre", Luigi pensa: "verrà sempre il triplo di uno dei tre numeri".

Chi ha ragione?

		Vero	Falso
a.	Luisa: si ottiene sempre un numero dispari	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Giovanni: si ottiene sempre un multiplo di tre	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	Andrea: si ottiene a volte un numero pari a volte un numero dispari	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	Paola: si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

VERSIONE DEFINITIVA

D2. L'insegnante chiede: "Che cosa succede se si addizionano tre numeri dispari consecutivi?". Quattro studenti rispondono nel modo che vedi in tabella.

Indica con una crocetta se le affermazioni fatte dagli studenti sono vere o false.

		Vero	Falso
a.	<u>Luisa</u> : si ottiene sempre un numero dispari	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	<u>Giovanni</u> : si ottiene sempre un multiplo di tre	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	<u>Andrea</u> : si ottiene a volte un numero pari a volte un numero dispari	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	<u>Paola</u> : si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

DAL RAPPORTO NAZIONALE - Distribuzione percentuale

Item	Mancata risposta	VERO	FALSO
D2a	1,2	80,2	18,6
D2b	1,7	62,1	36,1
D2c	1,8	20,2	78,1
D2d	2,6	55,1	42,3

LA PROPOSTA DEGLI AUTORI

a è un numero naturale, quale tra le seguenti espressioni rappresenta, per qualsiasi valore di a, un numero divisibile per 3?

- ☐ A. $3 + 2a$
- ☐ B. $3a + 8$
- ☐ C. $6a + 15$
- ☐ D. $9a + 1$

Classe	III secondaria di primo grado
Ambito	Relazioni e Funzioni
Tipologia	MC
Risposta corretta	C
Osservazioni	
Difficoltà	**
Oggetto di valutazione	Classificazione di oggetti, figure, numeri in base a una determinata proprietà
Processo cognitivo	Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...) Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)
Compito	Costruire, leggere e interpretare formule

VERSIONE PRETEST

L'insegnante chiede: "che cosa si ottiene se si sommano $2n+1$, $2n+3$ e $2n+5$?"

Luisa risponde: "si ottiene sempre un numero dispari",

Giovanni dice: "si ottiene sempre un multiplo di tre",

Luigi pensa: "verrà sempre il triplo di uno dei tre numeri"

Chi ha ragione?

A Solo Luisa

B Solo Giovanni

C Solo Luigi

D tutti e tre

VERSIONE DEFINITIVA

D14. L'insegnante chiede: "Se n è un numero naturale qualsiasi, cosa si ottiene addizionando i tre numeri $2n+1$, $2n+3$ e $2n+5$?"

Mario afferma: "Si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri".

Luisa risponde: "Si ottiene sempre un numero dispari".

Giovanni dice: "Si ottiene sempre un multiplo di 3".

Chi ha ragione?

- ☐ A. Tutti e tre
- ☐ B. Solo Mario
- ☐ C. Solo Luisa
- ☐ D. Solo Giovanni

DAL RAPPORTO NAZIONALE - Distribuzione percentuale

Item	Mancata risposta	A	B	C	D
D14	2,1	14,6	8,4	68,0	6,9

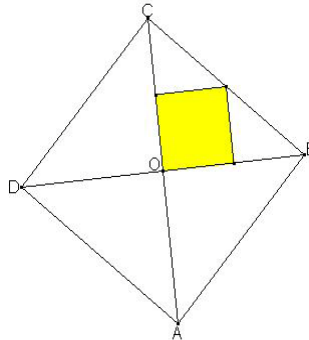
SPAZIO E FIGURE

AMBITO SPAZIO E FIGURE

CLASSE I Secondaria di 1° grado

LA PROPOSTA DEGLI AUTORI

Nel quadrato ABCD sono stati uniti i punti medi del lato CB e dei segmenti OB e OC. Quante volte il quadrato colorato in giallo è contenuto nel quadrato ABCD?

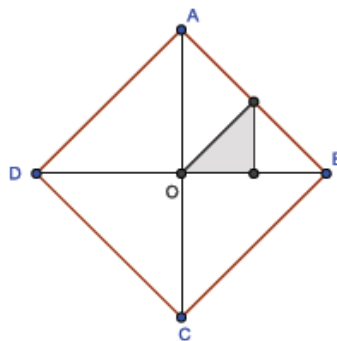


Risposta.....

Classe	1 Secondaria di primo grado
Ambito	Relazioni e funzioni
Tipologia	Domanda aperta a risposta univoca
Risposta corretta	Otto volte
Osservazioni	
Difficoltà	**
Oggetto di valutazione	Classificazioni di oggetti, figure, numeri in base a una determinata proprietà.
Processo cognitivo	Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico,
Compito	Classificare oggetti, figure e numeri in base a proprietà comuni. Rappresentare in modi diversi relazioni fra numeri, oggetti e figure.

VERSIONE PRETEST

Nel quadrato ABCD sono stati uniti i punti medi del lato AB e del segmento OB.

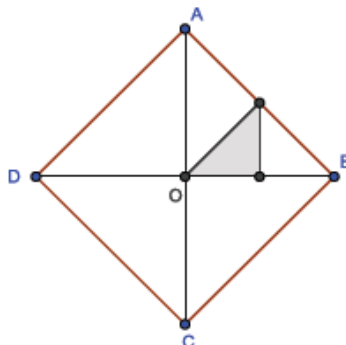


Quanti triangoli come quello colorato in grigio occorrono per ricoprire esattamente la superficie del quadrato ABCD?

Risposta.....

VERSIONE DEFINITIVA

D2. Nel quadrato ABCD sono stati uniti i punti medi del lato AB e del segmento OB.



Con quanti triangoli come quello colorato in grigio si riesce a ricoprire esattamente la superficie del quadrato ABCD?

Risposta:

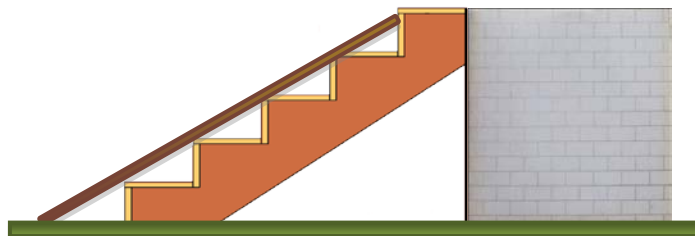
○

DAL RAPPORTO NAZIONALE - Distribuzione percentuale

Item	Mancata risposta	Errata	Corretta
D2	4,5	40,2	55,3

AMBITO SPAZIO E FIGURE**CLASSE III Secondaria di 1° grado (PN)****LA PROPOSTA DEGLI AUTORI**

Una scala costituita da 5 gradini profondi 24 cm e alti 18 cm l'uno, deve essere coperta da un pannello utilizzato come scivolo per il trasporto di alcune merci. Qual è il procedimento corretto per trovare la lunghezza del pannello usato per eliminare il dislivello?



- A. $24 + 18$
- B. $(24 + 18) \cdot 5$
- C. $\sqrt{24^2 + 18^2} \cdot 5$
- D. $\sqrt{(24^2 + 18^2) \cdot 5}$

Classe	3 SECONDARIA DI PRIMO GRADO
Ambito	Spazio e Figure
Tipologia	MC
Risposta corretta	C
Osservazioni	
Difficoltà	**
Oggetto di valutazione	Teorema di Pitagora
Processo cognitivo	Saper risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica
Compito	Utilizzare il teorema di Pitagora per risolvere problemi

VERSIONE PRETEST

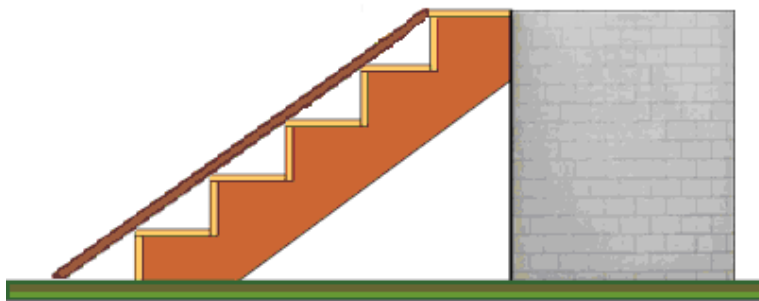
Una scala costituita da 5 gradini profondi 24 cm e alti 18 cm l'uno, deve essere coperta da un pannello utilizzato come scivolo per il trasporto di alcune merci. Qual è il procedimento corretto per trovare la lunghezza del pannello usato per eliminare il dislivello?

..... STESSA FIGURA PROPOSTA DAGLI AUTORI

- ☐ A. $(24 + 18)^2 \cdot 5$
- ☐ B. $(24 + 18) \cdot 5$
- ☐ C. $\sqrt{24^2 + 18^2} \cdot 5$
- ☐ D. $\sqrt{(24^2 + 18^2) \cdot 5}$

VERSIONE DEFINITIVA

D22. Una scala, costituita da 5 gradini profondi 24 cm e alti 18 cm l'uno, deve essere coperta da una tavola di legno utilizzata come scivolo per il trasporto di alcune merci. Qual è il procedimento corretto per trovare la lunghezza dello scivolo?



- ☐ A. $(\sqrt{18^2} + \sqrt{24^2}) \times 5$
- ☐ B. $\sqrt{(24 + 18)^2} \times 5$
- ☐ C. $\sqrt{24^2 + 18^2} \times 5$
- ☐ D. $\sqrt{(24^2 + 18^2)} \times 5$

DAL RAPPORTO NAZIONALE - Distribuzione percentuale

Item	Mancata risposta	A	B	C	D
D22	2,4	8,6	13,9	54,7	20,3

AMBITO SPAZIO E FIGURE

CLASSE II Secondaria di 2° grado

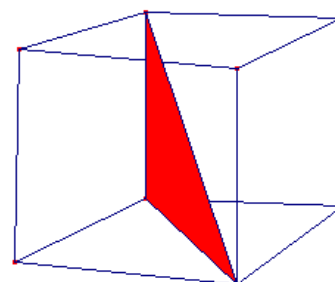
LA PROPOSTA DEGLI AUTORI

Nella figura è rappresentato un cubo.

Il triangolo colorato ha come lati uno spigolo del cubo, la diagonale di una sua faccia e una diagonale del cubo. Considerando che la misura dello spigolo è l , calcola area e perimetro di tale triangolo.

Area: _____

Perimetro: _____



Classe	2 secondaria di secondo grado
Ambito	Spazio e figure
Tipologia	Risposta aperta univoca
Risposta corretta	Area: $\sqrt{2}l^2/2$ oppure: circa $0,7 l^2$ perimetro: $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}) l$ oppure: circa $4,146 l$
Osservazioni	
Difficoltà	**
Processo cognitivo	Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica
Compito	Utilizzare il Teorema di Pitagora, ...; riconoscere le relazioni tra le forme a tre dimensioni e la loro rappresentazione bidimensionale

VERSIONE PRETEST

Nella figura è rappresentato un cubo.

..... **STESSA FIGURA PROPOSTA DAGLI AUTORI**

Il triangolo colorato ha come lati uno spigolo del cubo, la diagonale di una sua faccia e una diagonale del cubo. Considerando che la misura dello spigolo è l , calcola area e perimetro di tale triangolo.

Area: _____

Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.

.....

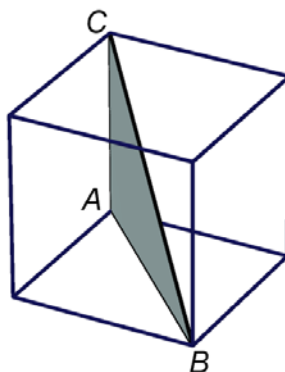
Perimetro: _____

Scrivi i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.

.....

VERSIONE DEFINITIVA

D9. Nella figura è rappresentato un cubo.



Il triangolo ABC ha come lati uno spigolo del cubo, la diagonale di una sua faccia e una diagonale del cubo.

a. Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		Vera	Falsa
a1.	Il lato AB è uguale al lato AC	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
a2.	Il triangolo ABC è rettangolo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
a3.	Il lato BC è il più lungo dei tre	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
a4.	L'angolo ABC è di 45°	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

b. Se lo spigolo del cubo misura 1 m, quanto misurano i lati del triangolo ABC?

AC = m

AB = m

BC = m

DAL RAPPORTO NAZIONALE - Distribuzione percentuale

Item	Mancata risposta	Vero	Falso
D9a1	1,3	45,4	53,3
D9a2	1,8	71,7	26,5
D9a3	1,3	86,9	11,8
D9a4	4,0	44,6	51,4
Item	Mancata risposta	Errata	Corretta
D9b	31,1	47,0	21,9

PROPOSTE DI LAVORO

1. ANALISI DI PROVE SNV

Leggete e discutete le tre prove (I e III secondaria di primo grado, II secondaria di secondo grado) dell'ambito assegnato e provate a compilare il seguente schema di analisi. Per molte voci sono riportate a fianco tre caselle, da compilare una per ogni livello scolastico (I secondaria ,....)

Analisi di prove SNV	
Ambito	
Compito - Obiettivo (per ogni livello scolastico)	
Processo (per ogni livello scolastico)	
Livello di difficoltà (per ogni livello scolastico)	
Tipologia di risposta (per ogni livello scolastico)	
Quali percorsi verticali possono favorire gli studenti nel rispondere correttamente?	
Analisi dei risultati nazionali: <ul style="list-style-type: none"> - Quali errori/ difficoltà evidenziano? - Nel caso di domande a scelta multipla quali distrattori sono risultati "più attraenti" e perché? 	
Quali potrebbero essere le difficoltà degli studenti della propria classe/scuola?	
Quale potrebbe essere l'errore più frequente degli studenti della propria classe/scuola?	
Riformulazione della prova per adattarla alla propria classe sia come livello scolastico (ad esempio 2° secondaria di primo grado, 1° secondaria di secondo grado...) sia come caratteristiche degli studenti	

2. COSTRUZIONE DI UNA PROVA SNV

Testo

.....

Etichettatura

Classe	
Ambito	
Tipologia	
Risposta corretta	
Osservazioni (sulle difficoltà e sui distrattori)	
Difficoltà	
Oggetto di valutazione	
Processo	
Compito	

OCSE-PISA² –Matematica

Dal framework PISA del 2003 e in vigore fino alla rilevazione 2009 compresa

La competenza matematica (*mathematical literacy*)

La competenza matematica è la capacità di un individuo di identificare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel mondo reale, di operare valutazioni fondate e di utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondono alle esigenze della vita di quell'individuo in quanto cittadino che esercita un ruolo costruttivo, impegnato e basato sulla riflessione.

Componenti principali della valutazione della *mathematical literacy*

- Aree di contenuto
- Processi di matematizzazione
- Situazioni e contesti
- Livello di difficoltà

Le aree di contenuto

QUANTITA'

- senso del numero
- uso di numeri per rappresentare quantità e attributi quantificabili degli oggetti del mondo reale (stime e misure)
- comprensione del significato delle operazioni
- idea dell'ordine di grandezza dei numeri

SPAZIO E FORMA

- riconoscimento di forme e strutture (patterns)
- comprensione dei cambiamenti dinamici delle forme
- rappresentazioni bi- e tri-dimensionali e loro interrelazioni
- comprendere proprietà geometriche degli oggetti e loro posizioni relative nello spazio

CAMBIAMENTO E RELAZIONI

- relazioni di funzione e di dipendenza tra variabili
- rappresentazione di relazioni matematiche in modi diversi (simboliche, algebriche, grafiche, tabulari)

INCERTEZZA

- fenomeni e relazioni di tipo statistico e probabilistico
- raccolta e l'analisi dei dati, loro rappresentazione e visualizzazione

Processi di matematizzazione

RIPRODUZIONE (quesiti abbastanza familiari)

- esecuzione di procedure di routine
- applicazione di algoritmi standard
- esecuzione di calcoli

CONNESSIONI (problemi che non sono di routine, ma che si riferiscono comunque sempre ad ambiti familiari o semi-familiari)

- saper fare collegamenti tra diverse rappresentazioni di una determinata situazione
- collegare diversi aspetti di una situazione problematica al fine di sviluppare una soluzione.

RIFLESSIONE

² PISA - Programme for International Student Assessment

- pianificare strategie di soluzione e applicarle affrontando ambiti problematici più complessi
- riflessione sui processi richiesti o utilizzati per risolvere un problema

Livello di difficoltà

Livello 6

Gli studenti di sesto livello sono in grado di concettualizzare, generalizzare e utilizzare informazioni basate sulla propria analisi e modellizzazione di situazioni problematiche complesse. Essi sono in grado di collegare fra loro differenti fonti di informazione e rappresentazioni passando dall'una all'altra in maniera flessibile. A questo livello, gli studenti sono capaci di pensare e ragionare in modo matematicamente avanzato. Essi sono inoltre in grado di applicare tali capacità di scoperta e di comprensione contestualmente alla padronanza di operazioni e di relazioni matematico di tipo simbolico e formale in modo da sviluppare nuovi approcci e nuove strategie nell'affrontare situazioni inedite. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di esporre e di comunicare con precisione le proprie azioni e riflessioni collegando i risultati raggiunti, le interpretazioni e le argomentazioni alla situazione nuova che si trovano ad affrontare.

Livello 5

Gli studenti di quinto livello sono in grado di sviluppare modelli di situazioni complesse e di servirsene, di identificare vincoli e di precisare le assunzioni fatte. Essi sono inoltre in grado di selezionare, comparare e valutare strategie appropriate per risolvere problemi complessi legati a tali modelli. A questo livello, inoltre, gli studenti sono capaci di sviluppare strategie, utilizzando abilità logiche e di ragionamento ampie e ben sviluppate, appropriate rappresentazioni, strutture simboliche e formali e capacità di analisi approfondita delle situazioni considerate. Essi sono anche capaci di riflettere sulle proprie azioni e di esporre e comunicare le proprie interpretazioni e i propri ragionamenti.

Livello 4

Gli studenti di quarto livello sono in grado di servirsi in modo efficace di modelli dati applicandosi a situazioni concrete complesse anche tenendo conto di vincoli che richiedano di formulare assunzioni. Essi sono in grado, inoltre, di selezionare e di integrare fra loro rappresentazioni differenti, anche di tipo simbolico, e di metterle in relazione diretta con aspetti di vita reale. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di utilizzare abilità ben sviluppate e di ragionare in maniera flessibile, con una certa capacità di scoperta, limitatamente ai contesti considerati. Essi riescono a formulare e comunicare spiegazioni e argomentazioni basandosi sulle proprie interpretazioni, argomentazioni e azioni.

Livello 3

Gli studenti di terzo livello sono in grado di eseguire procedure chiaramente definite, comprese quelle che richiedono decisioni in sequenza. Essi sono in grado, inoltre, di selezionare e applicare semplici strategie per la risoluzione dei problemi: A questo livello, gli studenti sono anche capaci di interpretare e di utilizzare rappresentazioni basate su informazioni provenienti da fonti differenti e di ragionare direttamente a partire da esse. Essi riescono a elaborare brevi comunicazioni per esporre le proprie interpretazioni, i propri risultati e i propri ragionamenti.

Livello 2

Gli studenti di secondo livello sono in grado di interpretare e riconoscere situazioni in contesti che richiedono non più di un'inferenza diretta. Essi sono in grado, inoltre, di trarre informazioni pertinenti da un'unica fonte e di utilizzare un'unica modalità di rappresentazione. A questo livello, gli studenti sono anche capaci di servirsi di elementari algoritmi, formule, procedimenti e convenzioni. Essi sono capaci di ragionamenti diretti e di un'interpretazione letterale dei risultati.

Livello 1

Gli studenti di primo livello sono in grado di rispondere a domande che riguardino contesti loro familiari, nelle quali siano fornite tutte le informazioni pertinenti e sia chiaramente definito il quesito. Essi sono in grado, inoltre, di individuare informazioni e di mettere in atto procedimenti di routine all'interno di situazioni esplicita-

mente definite e seguendo precise indicazioni. Questi studenti sono anche capaci di compiere azioni ovvie che procedano direttamente dallo stimolo fornito.

Cosa cambia in PISA 2012 (estratto dal sito INVALSI)

PISA 2012 è la quinta edizione di PISA (Programme for International Student Assessment) un'indagine promossa dall'OCSE (Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico) con l'obiettivo di misurare le competenze degli studenti in matematica, scienze, lettura e problem solving. Per ogni ciclo di PISA viene approfondito un ambito in particolare: Pisa 2012 ha come domini principali la competenza in matematica e la somministrazione informatizzata di prove di problem solving.

Rispetto ai precedenti cicli la definizione di queste due competenze è stata riformulata. Sebbene i Quadri concettuali siano soggetti a revisione empirica fino al termine della Prova sul campo, forniamo di seguito le definizioni provvisorie dei due ambiti.

La competenza matematica è la capacità di un individuo di utilizzare e interpretare la matematica, di darne rappresentazione mediante formule, in una varietà di contesti. Tale competenza comprende la capacità di ragionare in modo matematico e di utilizzare concetti, procedure, dati e strumenti di carattere matematico per descrivere spiegare e prevedere fenomeni. Aiuta gli individui a riconoscere il ruolo che la matematica gioca nel mondo, a operare valutazioni e a prendere decisioni fondate che consentano loro di essere cittadini impegnati, riflessivi e con un ruolo costruttivo.

La competenza in problem solving è da intendersi come la capacità di un individuo di mettere in atto processi cognitivi per comprendere e risolvere situazioni problematiche per le quali il percorso di soluzione non è immediatamente evidente. Questa competenza comprende la volontà di confrontarsi con tali situazioni al fine di realizzare le proprie potenzialità in quanto cittadini riflessivi e con un ruolo costruttivo.

Per ulteriori informazioni sui Quadri di riferimento si rimanda all'indirizzo: [OECD - Programme for International Student Assessment \(PISA\)](#)

Per questo ciclo l'Italia parteciperà alle seguenti opzioni internazionali:

- somministrazione informatizzata delle prove di lettura e matematica;
- accertamento delle competenze in *Financial Literacy*;
- accertamento delle competenze in *Reading Components*;
- rilevazione sulla familiarità degli studenti con le Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione (TIC);
- rilevazione sulle esperienze scolastiche passate (*Educational Career*)
- rilevazione sul coinvolgimento dei genitori nello sviluppo della *literacy* matematica dei propri figli.

Con Financial Literacy s'intende un insieme di conoscenze e capacità di comprensione di concetti di carattere finanziario unito alle abilità, alla motivazione e alla fiducia nei propri mezzi che consentono di applicare quelle stesse conoscenze e capacità di comprensione per prendere decisioni efficaci in molteplici e diversi contesti di carattere finanziario, per migliorare il benessere degli individui e della società e per consentire una partecipazione consapevole alla vita economica.

Le prove di Reading Components (sviluppate sul modello delle prove PIAAC) forniscono informazioni sulle competenze semplici di lettura sottese ai livelli più bassi di competenza. Le componenti oggetto di rilevazione sono: il significato delle parole (vocabolario), l'elaborazione del significato di frasi singole, la comprensione base di brani.

Come in ogni ciclo di PISA, la popolazione oggetto di indagine è quella degli studenti quindicenni; in ciascuna scuola coinvolta saranno campionati fino ad un massimo di 43 studenti.

Il Quadro di riferimento per la matematica contiene diversi elementi di novità come si può evincere anche dal confronto fra la nuova e la vecchia definizione di *competenza matematica*³.

Nel documento viene sottolineato che i verbi utilizzati nella definizione di competenza (*formulate, employ e interpret*) individuano i processi che gli studenti dovrebbero mettere in atto quando risolvono problemi legati ad un contesto.

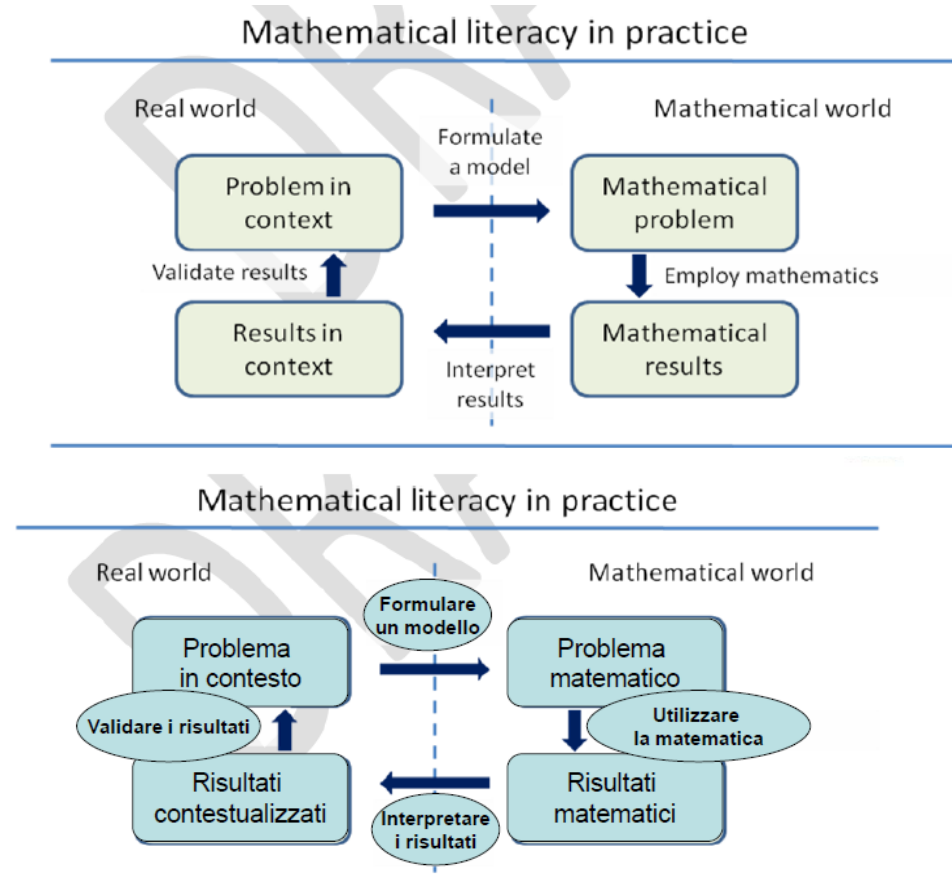
Formulate (mettere in formula, dare una rappresentazione mediante formule) comporta l'essere in grado di rappresentare una situazione reale utilizzando la matematica, individuandone la struttura matematica e fornendone rappresentazioni matematiche, identificando le variabili e facendo ipotesi che aiutino a risolvere il problema.

Employ (utilizzare) la matematica comporta ragionare matematicamente usando concetti, procedure, strumenti per individuare una soluzione matematica. Esso comprende l'esecuzione di calcoli, la manipolazione di espressioni algebriche ed equazioni o altri modelli matematici, l'analisi delle informazioni fornite da schemi matematici e grafici, la descrizione e spiegazione di procedure e l'uso di strumenti matematici per risolvere i problemi.

Interpret (interpretare) comprende la valutazione delle soluzioni in relazione al contesto del problema valutando se hanno senso nella situazione reale.

È importante sottolineare che in PISA 2012 i risultati degli studenti verranno analizzati e riportati in funzione di questi tre processi.

Il ruolo di questi processi nell'esercizio della competenza matematica è rappresentato nello schema seguente riportato anche nella versione originale



³ Definizione di Mathematical literacy fino al PISA 2009: *La competenza matematica è la capacità di un individuo di identificare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel mondo reale, di operare valutazioni fondate e di utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondono alle esigenze della vita di quell'individuo in quanto cittadino che esercita un ruolo costruttivo, impegnato e basato sulla riflessione.*

Vengono anche riportate in una tabella le relazioni tra processi matematici e abilità matematiche

	Dare una rappresentazione di una situazione utilizzando la matematica (<i>formulate</i>)	Impiegare concetti, fatti, procedure e ragionamenti matematici (<i>employ</i>)	Interpretare, applicare e valutare risultati matematici (<i>interpret</i>)
Comunicazione	Leggere, decodificare e dare un senso ad affermazioni, domande, compiti, oggetti, immagini o animazioni (nella somministrazione al computer) per costruire un modello mentale della situazione	Articolare una soluzione, mostrare il lavoro richiesto per raggiungere una soluzione e/o riassumere e presentare risultati matematici	Costruire e comunicare le spiegazioni e le argomentazioni nel contesto del problema
Matematizzazione	Identificare le variabili matematiche sottese e le strutture del problema contestualizzato, e fare ipotesi che possano essere utilizzate nella soluzione del problema	Concettualizzare il problema matematicamente o interpretare la soluzione all'interno del contesto del problema originale (può essere necessaria nei problemi la cui principale enfasi è posta sull'utilizzo (<i>employ</i>) della matematica)	Comprendere la portata e i limiti di una soluzione matematica come conseguenza del modello matematico utilizzato.
Rappresentazione	Rappresentare ⁴ matematicamente informazioni del mondo reale	Dare un senso, collegare e usare una varietà di rappresentazioni quando si affronta un problema	Interpretare risultati matematici espressi in modo diverso in relazione ad una situazione o al loro utilizzo; paragonare o valutare due o più rappresentazioni di una situazione
Ragionamento e argomentazione	Spiegare, sostenere, o fornire una giustificazione della rappresentazione individuata o ideata di una situazione del mondo reale	Spiegare, sostenere, o fornire una giustificazione per i processi e le procedure utilizzate per determinare un risultato o una soluzione matematica. Collegare pezzi di informazioni per arrivare ad una soluzione matematica, fare generalizzazioni o fornire argomenti a più stadi (multi-step)	Riflettere sulle soluzioni matematiche e fornire spiegazioni e argomenti che sostengano, confutino, o validino una soluzione matematica ad un problema del mondo reale

⁴ Le rappresentazioni comprendono grafici, tabelle, diagrammi, equazioni, formule, descrizioni del testo e materiali specifici.

	Dare una rappresentazione di una situazione utilizzando la matematica (<i>formulate</i>)	Impiegare concetti, fatti, procedure e ragionamenti matematici (<i>employ</i>)	Interpretare, applicare e valutare risultati matematici (<i>interpret</i>)
Individuare strategie per risolvere problemi	Selezionare o individuare un piano o una strategia per formulare matematicamente problemi in contesto	Attivare meccanismi di controllo efficaci e duraturi attraverso una procedura a più stadi (multi-step) che porti ad una soluzione, conclusione o generalizzazione	Individuare e mettere in atto una strategia al fine di interpretare, valutare e validare una soluzione matematica di un problema in contesto
Usare un linguaggio simbolico formale e tecnico e operazioni	Utilizzare variabili appropriate, simboli, diagrammi e modelli standard al fine di rappresentare un problema reale utilizzando un linguaggio simbolico / formale	Comprendere ed utilizzare costrutti formali basati su definizioni, regole e sistemi formali e anche utilizzare algoritmi	Comprendere la relazione tra il contesto del problema e la rappresentazione della soluzione matematica. Usare questa comprensione per interpretare la soluzione nel contesto e valutare la fattibilità e i limiti possibili della soluzione
Usare strumenti matematici	Utilizzare gli strumenti matematici ⁵ per riconoscere strutture matematiche o per rappresentare relazioni matematiche	Conoscere ed essere in grado di utilizzare in modo appropriato diversi strumenti che possono supportare l'applicazione di processi e procedure per determinare soluzioni matematiche	Utilizzare strumenti matematici per accertare la ragionevolezza di una soluzione matematica e individuarne eventuali limiti e vincoli, dato il contesto del problema

Infine è bene ricordare che l'Italia ha aderito anche alla somministrazione informatizzata che consiste, per la matematica, in una prova in cui i quesiti vengono presentati utilizzando le potenzialità del computer (rappresentazioni particolari, movimento di figure in 2 e 3 dimensioni,) non solo con funzione *accattivante* per gli studenti ma anche allo scopo di aiutarli nella comprensione dello stimolo.

Inoltre i quesiti così presentati possono consentire di valutare particolari competenze, ad esempio:

- costruire un grafico a partire da tabelle di dati usando semplici software
- costruire grafici di funzioni e utilizzarli per rispondere a domande sulle funzioni stesse
- ordinare informazioni e pianificare strategie efficienti di organizzazione usando calcolatrici reali o virtuali (sul video)
- usare strumenti virtuali sullo schermo, ad esempio righello e goniometro
- trasformare immagini usando una finestra di dialogo o il mouse per ruotare, riflettere o trascinare un'immagine

⁵ Gli strumenti matematici comprendono strumenti veri e propri come gli strumenti di misura, ma anche calcolatrici e strumenti virtuali sul computer.

OCSE-PISA

Prove di Matematica

In questa sezione sono riportate:

- Tre prove presentate, ma non accettate per la rilevazione PISA 2012, con la relativa “Item submission form” richiesta da OECD-PISA
 1. Molle
 2. Densità di popolazione
 3. Risparmio ecologico
- Due esempi di classificazione di prove secondo lo schema processi/abilità di PISA 2012
 1. Pizza
 2. Rifiuti
- Alcune proposte di lavoro per i gruppi

MOLLE

In una classe si decide di fare un esperimento con una molla lunga 15 cm a cui appendere piccoli pesi tutti uguali per studiare la legge di allungamento delle molle. In figura un momento dell'esperimento.



L'allungamento delle molle, entro certi limiti, è regolato dalla seguente legge

$$L=H+C \cdot N$$

dove

L = lunghezza finale della molla

H= lunghezza iniziale della molla

C= costante di allungamento (di quanto si allunga la molla quando appendo un peso)

N= numero di pesi da appendere alla molla

L'esperimento condotto con una molla di lunghezza iniziale di 15 cm ha dato i seguenti risultati:

N (numero pesi)	4	8	12	16	20
L (lunghezza in cm)	16,7	18,5	19,8	21,6	23,3

Domanda 1: MOLLE

Qual è il valore di C nella molla utilizzata per l'esperimento? Mostra i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta.

- A circa 0,4
- B circa 0,8
- C circa 1,1
- D circa 1,7

MOLLE: INDICAZIONI PER LA CORREZIONE D1

Distrattori

B circa 0,8 (nella formula inversa divide per 10 e non per 20)

C circa 1,1 ($23,30/20= 1,1$ non toglie la lunghezza iniziale)

D circa 1,7 (differenza fra i primi due valori senza dividere per 4 cioè $18,5-16,7=1,8$)

Punteggio pieno

Codice 2: A circa 0,4

Punteggio parziale

Codice 1 sostituisce correttamente ma sbaglia i calcoli o non li fa risponde solo alla domanda A e sbaglia o non risponde alla B

Nessun punteggio

Codice 0: Altre risposte
Codice 9: Non risponde

Domanda 2: MOLLE

In un secondo esperimento si utilizza una molla diversa con una lunghezza iniziale (H) di 20 cm e una costante di allungamento (C) di 0,6. Se si appendono 35 pesi quale sarà all'incirca la lunghezza della molla?

- A 21 cm
- B 41 cm
- C 47 cm
- D 55,6 cm

MOLLE: INDICAZIONI PER LA CORREZIONE D2

Distrattori

- A 21 cm (dimentica di aggiungere H, cioè 20)
- C 47 cm ($35+20 \times 0,6$, scambia N con H)
- D 55,6 cm (somma tutti e tre i numeri)

Punteggio pieno

Codice 1: B La lunghezza L è di 41 cm Infatti sostituendo $L = 20 + 35 \times 0,6 = 41$

Nessun punteggio

Codice 0: Altre risposte
Codice 9: Non risponde

Domanda 3: MOLLE

In un altro esperimento si utilizza una molla diversa con una lunghezza iniziale (H) di 20 cm e una costante di allungamento (C) di 1,5. Quanti pesi è necessario appendere alla molla per avere una lunghezza (L) di 50 cm? Mostra i calcoli che hai fatto per arrivare alla risposta

Risposta _____

MOLLE: INDICAZIONI PER LA CORREZIONE D3

Punteggio pieno

Codice 2: Il numero di pesi necessarie è 20. Infatti $50 - 20 = 30$ $30 / 1,5 = 20$

Punteggio parziale

Codice 1 Sostituzione corretta nella formula ma risultato sbagliato o nessuno

Nessun punteggio

Codice 0: Altre risposte
Codice 9: Non risponde

DENSITÀ DI POPOLAZIONE



La densità di popolazione è una misura del numero di persone che abitano in una determinata area. Normalmente la densità si misura in "abitanti per chilometro quadrato". Il valore della densità si ottiene dividendo il numero di abitanti di un determinato territorio per la superficie del territorio stesso (espressa in Km²):

$$\text{densità} = \frac{\text{numero abitanti}}{\text{superficie}}$$

La densità di popolazione media del mondo è attualmente di 48 persone per chilometro quadrato.

Domanda 1

La Zedlandia attualmente ha una densità di popolazione di 1015 abitanti per chilometro quadrato e una superficie di 154000 Km². Quanti sono i suoi abitanti?

DENSITÀ DI POPOLAZIONE: INDICAZIONI PER LA CORREZIONE DI D1

Punteggio pieno

Codice 2: 156 310 000

Punteggio parziale

Codice 1: Ad esempio sostituzione corretta dei numeri nella formula ma risultato errato oppure nessuna risposta

Ad esempio:

- 154 000*1015
- 1015 = numero abitanti/154000 solo sostituzione oppure calcolo errato

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte

Codice 9: non risponde

Domanda 2

Negli ultimi anni in Zedlandia c'è stato un notevole aumento di popolazione. Nel 1990 la densità di popolazione era di 846 abitanti per chilometro quadrato. Qual è stato l'aumento percentuale della densità di popolazione della Zedlandia dal 1990 a oggi?

2%

- A. 17%
- B. 20%
- C. 83%

Punteggio pieno

Codice 1: B

Nessun punteggio

Codice 0: altre risposte

Codice 9: non risponde

Analisi distrattori: A si divide per 10, B si prende come base 1015, D non si fa la differenza ma si prende 846 su 1015.

RISPARMIO ECOLOGICO



Giulia ha comprato al supermercato un flacone di detergente per i vetri con l'erogatore. Una volta terminato il detergente, ha preferito comprare una ricarica.

Nella tabella qui sotto trovi i dati che si riferiscono sia al flacone con l'erogatore sia alla ricarica.

	Flacone con erogatore	Ricarica
Contenuto	750 ml	500 ml
Prezzo	4,80 zed	2,50 zed
Peso contenitore	50 g	30 g

Fai riferimento ai dati della tabella per rispondere alle domande che seguono

Domanda 1: RISPARMIO ECOLOGICO

Qual è la differenza di prezzo **al litro** del detergente nel flacone rispetto a quello nella ricarica?

- A 0,70 zed
- B 1,40 zed
- C 2,10 zed
- D 2,30 zed

RISPARMIO ECOLOGICO: indicazioni per la correzione D1

Punteggio pieno

Codice 1: B. La seconda alternativa di risposta [1,40 zed]

Nessun punteggio

Codice 0: Altre risposte.

Codice 9: Non risponde.

Domanda 2: RISPARMIO ECOLOGICO

Il contenitore-ricarica vuoto pesa 30 g, mentre quello con l'erogatore pesa 50 g.

Per ogni chilogrammo di plastica che viene riciclato si ha un risparmio di energia pari a 300 lampadine da 100 W accese per 1 ora.

A quante lampadine da 100 W accese per 1 ora corrisponde il risparmio di plastica che si ottiene comprando la ricarica invece del flacone con l'erogatore?

Scrivi qui sotto i passaggi che fai per arrivare alla risposta.

.....

RISPARMIO ECOLOGICO: INDICAZIONI PER LA CORREZIONE D2

Punteggio pieno

Codice 1: Imposta correttamente la proporzione per ottenere il risultato finale di 6 lampadine. Infatti $300 : 1000$
 $\times 20 = 6$ lampadine

- $300 : 1 \text{ kg} = X : 0.02 \text{ kg}$

- $50\text{g}-30\text{g}=20\text{g}$ $0,02\text{kg}\times 300=6$ lampadine

Nessun punteggio

Code 0: Altre risposte

- $300 : 50 = X : 30 = 180$ lampadine.
- $0,03 \text{ kg} : X = 1 \text{ kg} : 300 = 9$ lampadine.
- $1 : 300 = 0,003 : X = 0,9$; $1 : 300 = 0,005 : X = 1,5$; $1,5 - 0,9 = 0,6$

Code 9: Non risponde.

Domanda 3: RISPARMIO ECOLOGICO

In un supermercato sono stati venduti in un giorno 30 l di detergente per i vetri.

Poiché sono stati venduti in ricariche da 500 ml anziché in flaconi con l'erogatore da 750 ml, quanti kg di plastica sono stati risparmiati quel giorno?

Scrivi qui sotto i passaggi che fai per arrivare alla risposta.

.....

RISPARMIO ECOLOGICO: INDICAZIONI PER LA CORREZIONE D3

Punteggio pieno

Codice 1: Lo studente indica che si risparmiano 0,200 kg (con o senza unità di misura) di plastica o 200 g (unità di misura specificata).

Infatti:

30 l di detergente in confezioni ricarica corrispondono a 60 confezioni.

30 l di detergente in confezioni con l'erogatore corrispondono a 40 confezioni.

60 confezioni di ricarica corrispondono a 1.800 g di plastica.

40 confezioni con l'erogatore corrispondono a 2.000 g di plastica.

$30 \text{ l} : 0,5 = 60$; $60 \times 30 \text{ g} = 1800 \text{ g}$; $30 \text{ l} : 0,75 = 40$; $40 \times 50 \text{ g} = 2000 \text{ g}$; $2000 \text{ g} - 1800 \text{ g} = 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$

Nessun punteggio

Code 0: Altre risposte.

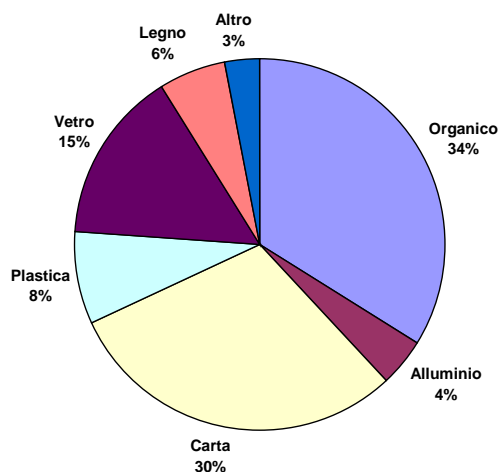
- $30 : 0,5 = 60 \text{ l}$; $60 \times 30 = 1800 \text{ g} = 1,8 \text{ kg}$
- $30 \text{ l} = 3000 \text{ ml}$; $3000 \text{ ml} : 750 \text{ ml} = 4$; $4 \times 50 = 200 \text{ g}$; $3000 : 500 = 6$; $6 \times 30 = 180$; $200 - 180 = 20 \text{ g}$.

Code 9: Non risponde.

DOMANDA 4: RISPARMIO ECOLOGICO

Il seguente grafico mostra la percentuale di ciascun tipo di rifiuto presente nella raccolta differenziata effettuata in Zedlandia nell'anno 2010.

Percentuale della raccolta differenziata per tipologia di rifiuto



Se sono stati raccolti 160 kg di plastica, quanti kg di carta sono stati raccolti?

- A. 240 kg
- B. 300 kg
- C. 480 kg
- D. 600 kg

RISPARMIO ECOLOGICO: INDICAZIONI PER LA CORREZIONE D4

Punteggio pieno

Codice 1: D. La quarta alternativa di risposta [600 kg]

Nessun punteggio

Codice 0: Altre risposte.

Codice 9: Non risponde.

Esempi di classificazione di prove secondo lo schema processi/abilità di PISA 2012

Pizza

Una pizzeria prepara due pizze dello stesso spessore, ma di diverse dimensioni.

La più piccola ha un diametro di 30 cm e costa 30 zed. La più grande ha un diametro di 40 cm e costa 40 zed.

[© PRIM, Stockholm Institute of Education]

Quale delle due pizze è più conveniente? Spiega come sei arrivato alla risposta

		PROCESSI		
		<i>Formulare matematicamente situazioni</i>	<i>Impiegare concetti, fatti, procedure e ragionamenti matematici</i>	<i>Interpretare, applicare e valutare risultati matematici</i>
C A P A C I T À	Comunicazione	X		X
	Matematizzazione	X	X	
	Rappresentazione	X	X	
	Ragionamento e argomentazione	X	X	X
	Escogitare strategie per risolvere problemi		X	
	Usare un linguaggio simbolico formale e tecnico e operazioni	X	X	
	Usare strumenti matematici		X	

Rifiuti

Nell'ambito di una ricerca sull'ambiente, gli studenti hanno raccolto informazioni sui tempi di decomposizione di diversi tipi di rifiuti che la gente butta via:

Tipo di rifiuto	Tempo di decomposizione
Buccia di banana	1 - 3 anni
Buccia d'arancia	1 - 3 anni
Scatole di cartone	0,5 anni
Gomma da masticare	20 - 25 anni
Giornali	Pochi giorni
Bicchieri di plastica	Oltre 100 anni

Uno studente prevede di presentare i risultati con un diagramma a colonne.

Scrivi **un** motivo per cui un diagramma a colonne non è adatto per rappresentare questi dati.

		PROCESSI		
		<i>Formulare matematicamente situazioni</i>	<i>Impiegare concetti, fatti, procedure e ragionamenti matematici</i>	<i>Interpretare, applicare e valutare risultati matematici</i>
CAPACITÀ	Comunicazione	X		X
	Matematizzazione	X		
	Rappresentazione		X	
	Ragionamento e argomentazione	X		
	Escogitare strategie per risolvere problemi	X		
	Usare un linguaggio simbolico formale e tecnico e operazioni	X		
	Usare strumenti matematici		X	

PROPOSTE DI LAVORO

1. ANALISI DI UNA PROVA PISA

- Leggete e discutete la prova che vi è stata assegnata e provate a compilare il seguente schema di analisi

Analisi di una prova OCSE PISA	
Titolo	
Stimolo	
Compito - Obiettivo	
Livello di difficoltà	
Tipologia di risposta Analisi dei distrattori: valutare l'efficacia di ognuno	
Area di contenuto	
Processi di matematizzazione	
Contesto	
Stima della percentuale di risposte corrette, dei comportamenti dei propri studenti (quali difficoltà)	
Quale potrebbe essere l'errore più frequente dei propri studenti? E di quelli italiani in generale?	
Riformulazione della prova per adattarla alla propria classe sia come livello scolastico (ad esempio 3° secondaria di primo grado, ...) sia come caratteristiche degli studenti	

- Provate ora a classificarla in base alla tabella processi-abilità di PISA 2012

		PROCESSI		
		<i>Formulare matematicamente situazioni</i>	<i>Impiegare concetti, fatti, procedure e ragionamenti matematici</i>	<i>Interpretare, applicare e valutare risultati matematici</i>
C A P A C I T À	Comunicazione			
	Matematizzazione			
	Rappresentazione			
	Ragionamento e argomentazione			
	Escogitare strategie per risolvere problemi			
	Usare un linguaggio simbolico formale e tecnico e operazioni			
	Usare strumenti matematici			

2. COSTRUZIONE DI UNA PROVA PISA

COSTRUZIONE DI UNA PROVA PISA

STIMOLO

.....

DOMANDA D1

.....

INDICAZIONI PER LA CORREZIONE DELLA DOMANDA D1

.....

ITEM SUBMISSION PER LA DOMANDA D1⁶

OECD/PISA mathematics item submission form

Please include one completed copy of this form for each item submitted.

Name and country of sender:

Title of set of materials:

Author of set of materials:

Publication details: original.....

Source in which material has appeared: personal

.....

Question Intent

Indicate briefly the intended mathematical and cognitive demand of each item.

.....

Framework aspect of these materials (content):

☐ Quantity ☐ Space and Shape

☐ Change and Relationships ☐ Uncertainty

Framework aspect of these materials (context):

☐ Occupational ☐ Personal ☐ Scientific

☐ Societal

Item type:

☐ Multiple Choice

☐ Closed Constructed response

☐ Open Constructed response

⁶ Ripetere per tutte le domande della prova